

การประเมินการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อชี้นำการจัดการเรียนรู้: การประยุกต์ใช้โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา¹

ASSESSING MATH WORD PROBLEM SOLVING TO GUIDE INSTRUCTION: AN APPLICATION OF COGNITIVE DIAGNOSTIC MODELING¹

ผู้วิจัย

พลรพี ทูมมาพันธ์²Phonraphee Thummaphan²Corresponding author, e-mail: phonraphee24@gmail.comDongsheng Dong³Min Li⁴

Received: April 29, 2019

Revised: June 8, 2020

Accepted: June 15, 2020

บทคัดย่อ

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสมรรถนะสำคัญสำหรับผู้เรียนในการเชื่อมโยงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตประจำวัน แต่การประเมินการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และการนำเสนอแนะจากการประเมินไปใช้ยังทำได้ไม่เต็มที่ บทความนี้มุ่งวิเคราะห์ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนด้วยการใช้โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive diagnostic model: CDM) ภายใต้กรอบแนวคิดเชิงบูรณาการระหว่างทฤษฎีทางพุทธิปัญญากับการวัดผลและนำเสนอแนะทางการนำเสนอแนะจากการประเมินวินิจฉัยไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ ผู้เข้าร่วมการวิจัยเป็นนักเรียนเกรด 5 ถึง 7 จากสโมสรเด็กชายและหญิง (boys and girls clubs) ในเมืองหนึ่งของรัฐทางตะวันตกเฉียงเหนือของประเทศสหรัฐอเมริกา จำนวน 89 คน ข้อสอบที่ใช้เป็นข้อสอบหลังการเล่นเกมนอนไลน์จำนวนทั้งสิ้น 11 ข้อ ซึ่งส่วนมากคัดเลือกมาจากการประเมินระดับชาติของประเทศสหรัฐอเมริกาหรือ National Assessment of Educational Progress (NAEP) ระดับเกรด 4 ของสหรัฐอเมริกา เป็นข้อสอบเลือกตอบ 6 ข้อ และเขียนตอบ 5 ข้อ ข้อสอบส่วนใหญ่มีความยากง่ายในระดับปานกลาง (ค่าความยากง่ายเท่ากับ .21-.64) ผลการวิจัยพบว่าในขณะที่ผู้สอบร้อยละ 83.08 ระบุคุณลักษณะการอ่านโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนผู้สอบร้อยละ 24.19 ระบุคุณลักษณะการให้เหตุผลเชิงวิเคราะห์ผู้สอบต้องระบุคุณลักษณะทั้งหมดจึงจะสามารถตอบข้อสอบส่วนใหญ่ได้ถูกต้อง และผู้สอบที่ระบุคุณลักษณะครบทั้ง 8 คุณลักษณะมีเพียงร้อยละ 3.37 ส่วนแนวทางการนำเสนอแนะไปใช้ในการจัดการเรียนรู้นั้น ผู้สอนควรนำกรอบคุณลักษณะทั้ง 8 เป็นแนวในการจัดการเรียนรู้ และจัดการเรียนรู้ให้ตอบสนองความต้องการการเรียนรู้ของผู้เรียนตามโปรไฟล์ความรู้

คำสำคัญ: โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาโมเดลดีไอเอ็นเอการแก้ปัญห โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

¹ การวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนจาก National Science Foundation, USA

² อาจารย์ คณะวิทยาการการเรียนรู้และศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

Corresponding author, e-mail: phonraphee24@gmail.com

³ Doctoral student at College of Education, University of Washington, Seattle, USA, e-mail: dongsd@uw.edu

⁴ Associate Professor at College of Education, University of Washington, Seattle, USA, e-mail: minli@uw.edu

ABSTRACT

Word problem solving is very important for the students to link mathematical concepts to real world situation. However, assessment of this construct and use of assessment information are still not promising. This paper aims to analyze student word problem solving by using cognitive diagnostic modeling (CDM) under the integrative framework of cognitive theory and measurement model, and propose guidelines for using diagnostic information for instructional design. The participants were 89 students at grades 5 to 7 from boys and girls clubs in a city of a northwestern state in the USA. Data were collected employing 11 items included in the post-test, mostly selected from the *National Assessment of Educational Progress* (NAEP) grade 4, with 6 multiple-choice items and 5 constructed-response items. The majority of the items had a difficulty level of medium, ranging from 0.21 to 0.64. The results found that while 83.08% of the examinees possess the attribute of reading problems with complex text, only 24.19% master the analytical reasoning attribute. Most of items require the examinees to possess all assessed attributes to produce the correct answer. Only 3.37% of the total numbers of the examinees master all attributes. The proposed guidelines for using the assessment information suggested that teachers should apply the attributes for instructional focus and provide individualized remedial supports for learning needs based on students' mastery profile.

Keywords: Cognitive diagnostic model, G-DINA model, Problem solving, Word problem

บทนำ

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ถือว่าเป็นสมรรถนะการแก้ปัญหาอย่างหนึ่ง (Goulet-Lyle, Voyer, & Verschaffel, 2019) การแก้โจทย์ปัญหามีความสำคัญอย่างมากในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาเนื่องจากเป็นส่วนของการประยุกต์ใช้ในทุกสาระการเรียนรู้ และสร้างความเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงของผู้เรียนโดยเฉพาะในด้านเลขคณิตและพีชคณิตที่ใช้เป็นปกติในชีวิตประจำวันโดยทั่วไปโจทย์ปัญหายากกว่าโจทย์คณิตศาสตร์ปกติ (Sajadi, Amiripour, & Rostamy-Malkhalifeh, 2013) และผู้เรียนจำนวนมากมีความยากลำบากในการแก้โจทย์ปัญหา (Boonen, et al., 2016) การพัฒนาการแก้โจทย์ปัญหาของผู้เรียนจึงเป็นจุดเน้นสำคัญของการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์และสะเต็มศึกษา

แม้ว่ามีการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มาพอสมควร แต่การพัฒนาการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้การประเมินเพื่อขึ้นำการจัดการเรียนรู้ยังทำ

ได้ไม่เต็มที่ ส่วนหนึ่งเป็นเพราะสารสนเทศที่จำเป็นต้องใช้ในการวางแผนและพัฒนากิจการการเรียนรู้ยังไม่ละเอียดเพียงพอและไม่เอื้อให้ครุณาไปใช้ เนื่องจากการประเมินมักวัดความสามารถรวมและรายงานคะแนนรวมเป็นคะแนนเดียว (Sun & Suzuki, 2013) การได้รับสารสนเทศที่สะท้อนถึงพุทธิปัญญา (Cognition) ในการแก้โจทย์ปัญหาของผู้เรียน ทั้งในด้านที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการ (เช่น Montague, 2006; Polya, 1957; Pongsakdi, et al., 2016) และลักษณะข้อสอบ (Item characteristics) (เช่น Pongsakdi, et al., 2016; Pongsakdi, et al., 2020; Walkington, et al., 2015) จะช่วยให้ครุสามารถนำไปวางแผนและดำเนินการจัดการเรียนรู้ที่ตอบสนองความต้องการการเรียนรู้ของผู้เรียนรายบุคคลได้อย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น การได้มาซึ่งสารสนเทศดังกล่าวต้องอาศัยวิธีการประเมินและการวิเคราะห์ที่เหมาะสม

ปัจจุบันมีการพัฒนาเทคนิคทางจิตมิติ (Psychometrics) เพื่อวัดตัวแปรแฝงหรือภาวะ

สันนิษฐานทางพุทธิปัญญา (Cognitive constructs) และชี้แนะนัยในการปฏิบัติการจัดการเรียนรู้ การสร้างโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive diagnostic modeling: CDM) เป็นวิธีการทางการวัดผลวิธีหนึ่งซึ่งช่วยในการวินิจฉัยความรอบรู้ทางพุทธิปัญญา (Cognitive mastery) ในเชิงพหุมิติ (Multi-dimension) ของผู้สอบ เดอ ลา ทอเร (de la Torre, 2011) ได้กล่าวไว้ว่า “CDM เป็นโมเดลตัวแปรแฝงที่ได้รับการพัฒนามาเพื่อประเมินความรอบรู้และความไม่รอบรู้ของผู้เรียนในชุดทักษะที่ให้ภาพละเอียด (finer-grained skills)” (น. 179) ผลจากการประเมินความสามารถของผู้เรียนด้วย CDM ให้ข้อมูลจุดอ่อนจุดแข็งในด้านการแก้โจทย์ปัญหา ที่ให้สารสนเทศในการวินิจฉัยและสามารถนำไปใช้ในการจัดหรือปรับปรุงการเรียนรู้ได้มากกว่าการวัดผลที่เป็นคะแนนรวมเพียงอย่างเดียว อย่างไรก็ตามแม้ว่า CDM มีประโยชน์อย่างมากต่อการประเมินความสามารถหรือคุณลักษณะแฝงของผู้เรียน แต่การใช้โมเดลดังกล่าวให้มีประสิทธิภาพควรได้รับการออกแบบอย่างดี หากไม่แล้วผลการประเมินจะไม่ได้เป็นประโยชน์เท่าที่ควร

นอกเหนือจากประเด็นด้านกรอบแนวคิดที่จำเป็นต้องเอื้อให้ได้สารสนเทศที่ดีแล้ว การใช้ประโยชน์จากสารสนเทศที่ได้ซึ่งมีความสำคัญต่อการพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นอย่างมากก็ยังไม่เต็มที่ต้องการวิจัยส่วนใหญ่ในด้านการวัดและประเมินผลที่วิเคราะห์ความรู้และทักษะทางพุทธิปัญญาที่ละเอียดในประเทศไทยมักเน้นการพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัย (เช่น กนกกร พวงสมบัติ สมประสงค์ เสนารัตน์ และ เบญจมาภรณ์ เสนารัตน์, 2562; พิศิษฐ ตัณฑวณิช, 2562) ซึ่งให้ประโยชน์ในแง่การสร้างเครื่องมือที่มีคุณภาพตามจุดมุ่งหมายของงานวิจัย แต่การใช้ประโยชน์ของสารสนเทศที่ได้จากการวิเคราะห์กลับมีน้อย แม้จะเน้นย้ำว่าการประเมินเชิงวินิจฉัยให้สารสนเทศที่เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้แก่ครู แต่แนวทางในการนำสารสนเทศไปใช้ยังไม่ชัดเจนนัก นอกจากการให้ข้อมูลป้อนกลับ (Feedback) ที่บ่งบอกเหตุผลของการที่ผู้เรียนผิดพลาด

หรือเข้าใจคลาดเคลื่อนในกระบวนการเรียนรู้ ยังต้องให้แนวทางในการปรับปรุงการสอนของครูด้วย ซึ่งเป็นงานที่ท้าทายอย่างมาก (Sun & Suzuki, 2013) เนื่องจากส่วนใหญ่มักเน้นนำเสนอคุณภาพของเครื่องมือวัด ทำให้ขาดโอกาสในการใช้ประโยชน์จากสารสนเทศได้อย่างเต็มที่

จากช่องว่างขององค์ความรู้ทั้งการวิเคราะห์การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และการนำผลการประเมินไปใช้ในการวิจัยเรื่องนี้จึงประยุกต์ใช้โมเดลหนึ่งของ CDM คือ Generalized Deterministic-input, Noisy-and-Gate หรือ G-DINA (de la Torre, 2011) ซึ่งใช้ในการวิเคราะห์กับแบบสอบที่มีการตรวจให้คะแนนแบบสองค่า (Dichotomous) จัดอยู่ในกลุ่มโมเดลแบบชดเชย (Compensatory model) ที่การประมาณค่าเพื่อจำแนกทักษะความสามารถของผู้สอบมีความยืดหยุ่นสอดคล้องกับแบบแผนความสามารถของผู้สอบตามกรอบแนวคิดที่พัฒนาขึ้น (Thummaphan, Li, & de la Torre, 2016; Thummaphan, 2017) โดยอิงแนวคิดของสามเหลี่ยมการประเมิน (Assessment triangle) ที่ประกอบด้วยพุทธิปัญญา (Cognition) การสังเกต (Observation) และการตีความ (Interpretation) (National Research Council, 2001) เพื่อให้การประเมินได้สารสนเทศที่ละเอียดขึ้นและสามารถส่งเสริมสนับสนุนการเรียนรู้ได้มากขึ้นรวมทั้งนำเสนอแนวทางการนำสารสนเทศที่ได้จากการวิเคราะห์ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นส่วนของการใช้สารสนเทศการประเมิน (Assessment information use) ตามเจตนาของ CDM และกรอบแนวคิดที่ต้องการให้การประเมินสนับสนุนการเรียนรู้ของผู้เรียนได้มากขึ้น

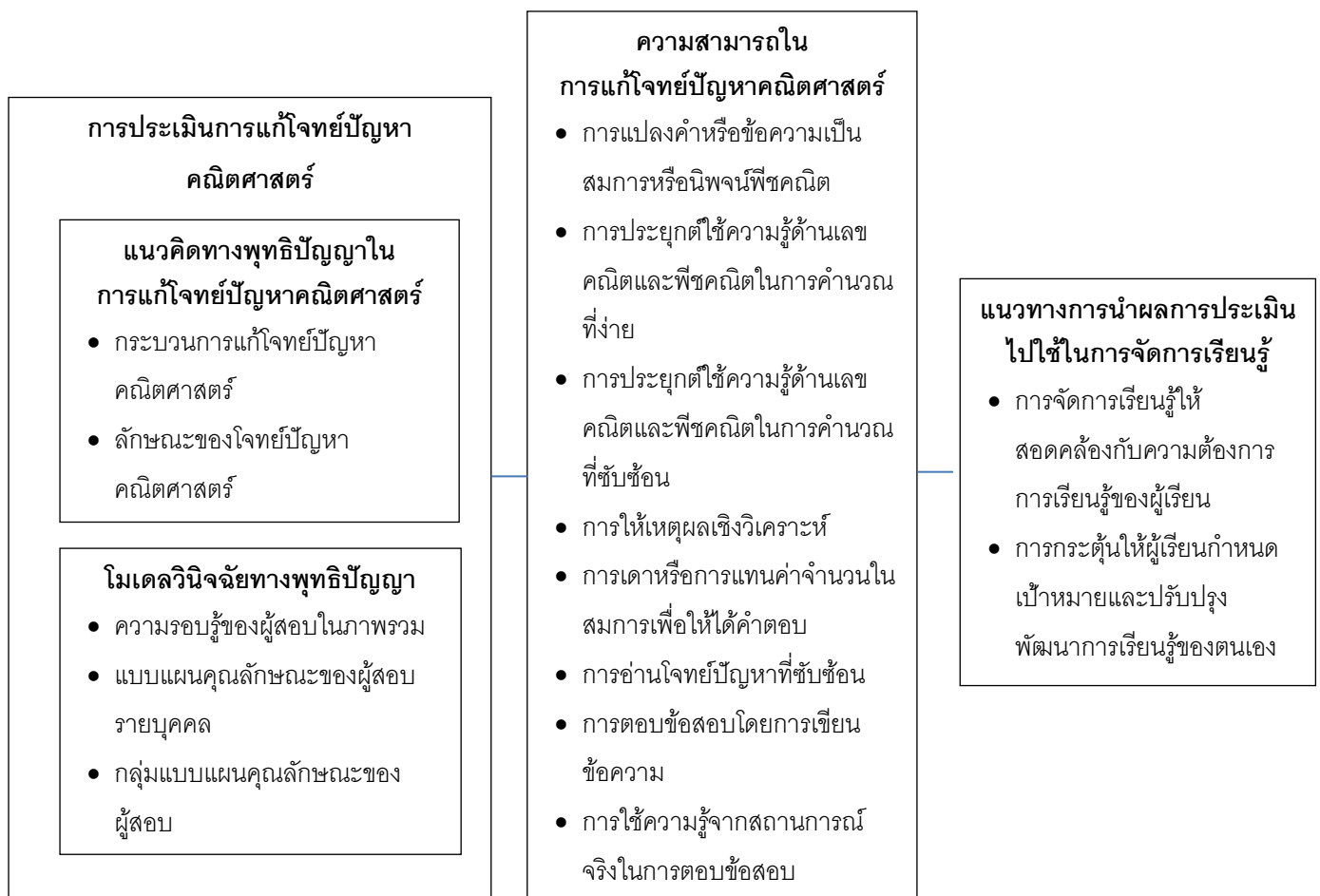
วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อประเมินความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา
2. เพื่อนำเสนอแนวทางในการนำผลการประเมินไปใช้ในการจัดการเรียนรู้

กรอบแนวคิดการวิจัย

การประเมินการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อขึ้นำการจัดการเรียนรู้เชิงแนวคิดทางพุทธิปัญญาของการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ครอบคลุมทั้งในส่วนที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการแก้ปัญหา ได้แก่ การแปลงคำหรือข้อความ เป็นสมการหรือนิพจน์พีชคณิต การประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณที่ง่าย การประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณที่ซับซ้อน การให้เหตุผลเชิงวิเคราะห์การหาหรือการแทนค่าจำนวนในสมการเพื่อให้ได้คำตอบ (Mayer, 1982; 2003; Montague, 2006; Polya, 1957; Pongsakdi, et al., 2016) และลักษณะของข้อสอบ ได้แก่ การอ่านโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน การตอบข้อสอบโดยการเขียนข้อความ และการใช้ความรู้จากสถานการณ์จริงในการตอบข้อสอบ (Matteson, 2010; Tarim & Öktem, 2014; The Organisation for Economic Co-operation and

Development, 2010; Phonapichat, Wongwanich, & Sujiva, 2014; Pongsakdi, et al., 2016; Pongsakdi, et al., 2020; Walkington, et al., 2015) โดยประยุกต์ใช้โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาในการประเมินด้วยโมเดล Generalized Deterministic-input, Noisy-and-Gate หรือ G-DINA (de la Torre, 2011) ภายใต้กรอบแนวคิดเชิงบูรณาการ (Thummaphan, Li, & de la Torre, 2016; Thummaphan, 2017) เพื่อให้ได้สารสนเทศการประเมินในรูปแบบไฟล์ที่สะท้อนแบบแผนความรู้คุณลักษณะต่าง ๆ ของผู้เรียนซึ่งแสดงจุดอ่อนจุดแข็งของผู้เรียน ที่เอื้อต่อการนำผลการประเมินไปใช้ในการปรับปรุงพัฒนาการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับบทบาทของทั้งครูและผู้เรียน ดังแผนภาพที่ 1



แผนภาพที่ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยนี้ประยุกต์ใช้โมเดล G-DINA ในการวิเคราะห์ข้อมูลภายใต้กรอบแนวคิดเชิงบูรณาการ (Thummaphan, Li, & de la Torre, 2016) มีวิธีการวิจัยดังนี้

กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายได้มาจากการเลือกตามความสะดวก (Convenience selection) เป็นนักเรียนเกรด 5-7 จาก boys and girls clubs ในเมืองหนึ่งของรัฐทางตะวันตกเฉียงเหนือ ประเทศสหรัฐอเมริกาที่เข้าร่วมการทดลองใช้เกมโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ออนไลน์ที่พัฒนาขึ้นจำนวน 5 ครั้ง ในการเล่นเกมแต่ละครั้งมีผู้เข้าร่วมประมาณ 15-25 คน รวมจำนวนทั้งสิ้น 89 คน

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรที่ศึกษาคือ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล

ข้อมูลในการวิเคราะห์ครั้งนี้ได้มาจากการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยแบบทดสอบแบบกระดาษ (Paper-based test) ภายหลังจากการเล่นเกมนิเทศศาสตร์ในคอมพิวเตอร์ ในช่วงฤดูร้อน ปี 2014 การเล่นเกมนี้เป็นส่วนหนึ่งของการทดลองใช้เกมนิเทศศาสตร์ในคอมพิวเตอร์ออนไลน์ที่พัฒนาขึ้น ผู้เข้าร่วมการวิจัยใช้เวลา 15-20 นาที ในการทำข้อสอบหลังจากการเล่นเกม ในเบื้องต้นมีการใช้ข้อสอบก่อนและหลังเล่นเพื่อประเมินการเรียนรู้ของนักเรียนที่เกิดจากการเล่นเกม แต่ในบางครั้งไม่ได้มีการเก็บข้อมูลก่อนการเล่นเกมนั้น การวิเคราะห์ข้อมูลจึงใช้ข้อสอบหลังการเล่นเกมนั้น ซึ่งขนาดตัวอย่างเพียงพอสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการพิทักษ์สิทธิ์นั้นการวิจัยนี้ได้รับการรับรองจากคณะกรรมการวิจัย (Institutional Review Board: IRB) Human Subjects Division, University of Washington, Seattle เลขที่หนังสือ 0000217: Games

Based Learning and Problem Solving ผู้วิจัยประสานผู้ปกครองและผู้เข้าร่วมวิจัยให้รับทราบข้อมูลเบื้องต้นในการวิจัยตามเอกสารชี้แจง และให้ผู้ปกครองแสดงความยินยอมเข้าร่วมวิจัยในหนังสือแสดงเจตนายินยอม นอกจากนี้ผู้วิจัยรักษาความลับของผู้ให้ข้อมูลโดยการปกปิดชื่อและข้อมูลลักษณะส่วนตัว

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นข้อสอบวัดการแก้โจทย์ปัญหาเลขคณิตและพีชคณิตที่ได้รับการคัดเลือกมาจากข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ของการประเมิน National Assessment of Educational Progress (NAEP) ที่ได้รับการเผยแพร่ของประเทศสหรัฐอเมริกา จำนวนทั้งหมด 11 ข้อ ดังที่นำเสนอในตารางที่ 1 ข้อสอบส่วนมากถูกเลือกมาจาก NAEP เกรด 4 ข้อสอบหนึ่งข้อถูกปรับจาก NAEP เกรด 8 จากข้อสอบแบบเลือกตอบเป็นข้อสอบแบบเขียนตอบ ข้อสอบ 6 ข้อเป็นข้อสอบเลือกตอบ ข้อสอบทุกข้อมีคะแนนเต็ม 1 คะแนน (คำตอบถูกได้ 1 คะแนน คำตอบผิดได้ 0 คะแนน) ข้อสอบส่วนใหญ่มีความยากง่ายในระดับปานกลาง (.21-.64) ซึ่งถือว่าข้อสอบเหล่านี้วัดตัวแปรที่ต้องการวัด มีความยากง่ายในระดับที่ยอมรับได้ และมีความเหมาะสมกับผู้เรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายและมัธยมศึกษาตอนต้น (ดูตัวอย่างของข้อสอบในแผนภาพที่ 2)

ตารางที่ 1 ลักษณะของข้อสอบ

ข้อที่	แหล่งที่มาของข้อสอบ	ชนิดของข้อสอบ	ค่าความยากง่าย (p-value)
1	NAEP เกรด 4, ปี 2013	เลือกตอบ	0.32
2	NAEP เกรด 4, ปี 2007	เลือกตอบ	0.21
3	NAEP เกรด 4, ปี 2007	เลือกตอบ	0.47
4	NAEP เกรด 4, ปี 2011	เขียนตอบ	0.27
5	NAEP เกรด 4, ปี 2011	เขียนตอบ	0.64
6	Booth & Koedinger (2012)	เขียนตอบ	เกรด 6=.63, เกรด 7=.58, เกรด 8=.70
7	NAEP เกรด 4, ปี 2007	เขียนตอบ	0.36
8	NAEP เกรด 8, ปี 2013 ^a	เขียนตอบ	0.69
9	NAEP เกรด 4, ปี 2013	เลือกตอบ	0.38
10	NAEP เกรด 4, ปี 2005	เลือกตอบ	0.63
11	STAR ^b เกรด 4	เลือกตอบ	0.50

หมายเหตุ a. ปรับปรุงจากข้อสอบหมายเลข 013-8M6 #2: Identify algebraic expression modeling a scenario

b. STAR ย่อมาจาก Standardized Testing and Reporting

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ดำเนินการตามกรอบแนวคิดเชิงบูรณาการ มีขั้นตอนดังนี้

1. CDM ในฐานะที่เป็นโมเดลที่ขับเคลื่อนด้วยทฤษฎี ประกอบด้วยการกำหนดจุดมุ่งหมายของการประเมินและโมเดลพุทธิปัญญา

1.1 จุดมุ่งหมายของการประเมินในครั้งนี้เพื่อการวินิจฉัยความรู้และทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาของผู้เรียน การแปลความหมายของผลการวิเคราะห์ครั้งนี้เน้นไปที่ความรอบรู้ของผู้เรียนมากกว่าคุณสมบัติทางจิตมิติของเครื่องมือประเมิน

1.2 โมเดลทางพุทธิปัญญาในที่นี้คือ โมเดลการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยคุณลักษณะต่าง ๆ ทั้งความรู้ ทักษะ และลักษณะของข้อสอบที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหา โดยมีการกำหนดนิยามและปรับคุณลักษณะให้เหมาะสมกับสถานการณ์การประเมินจริง โดยเฉพาะอย่างยิ่งต้องพิจารณาลักษณะของข้อสอบจริงที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลครั้งนี้ด้วย ซึ่งข้อสอบที่คัดเลือกมานี้ไม่ได้ถูกออกแบบมาเพื่อประเมินการแก้ปัญหาของผู้สอบอย่างชัดเจน ดังนั้นคุณลักษณะสำคัญบางประการของการแก้โจทย์ปัญหาจึงไม่สามารถวัดได้จากข้อสอบเหล่านี้ เช่น การใช้ภาพประกอบเป็นตัวแทนเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาและความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคำเชิงเปรียบเทียบ

หลังจากที่ได้กำหนดนิยามคุณลักษณะแล้ว ผู้วิจัยได้พัฒนากรอบการลงรหัสคุณลักษณะโดยปรับปรุงจาก Attributes Coding Framework for TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) Mathematics Tests ซึ่งพัฒนาโดย James E. Corter / Kikumi Tatsuoka / Anabelle Guerrero / Michael Dean / Enis Dogan (Columbia University) เมื่อ January 18, 2006 และปรับปรุงแก้ไขโดย Min Li (University of Washington) / Hyun Sook Yi (Konkuk University) เมื่อ November 27, 2013 สำหรับการประยุกต์ใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ในระดับ

มัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งกรอบการลงรหัสคุณลักษณะนี้ประกอบด้วยนิยามของคุณลักษณะ รายละเอียดย่อยของคุณลักษณะ และข้อแนะนำในการลงรหัส โดยกำหนดคุณลักษณะดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 นิยามคุณลักษณะ

คุณลักษณะ	นิยาม
การแปลงคำหรือข้อความ เป็นสมการหรือนิพจน์พีชคณิต (A1)	การแปลงโจทย์ปัญหาเป็นนิพจน์พีชคณิตหรือสมการ โดยที่การกำหนดตัวแปรและตัวคงที่ไม่ได้ปรากฏง่าย ๆ มีตัวไม่รู้ค่า (unknown) ไม่เกิน 2 ตัว และภาษาในโจทย์ปัญหาที่อธิบายการดำเนินการที่เหมาะสม (เช่น การลบ) เป็นคำง่าย ๆ (เช่น คำว่า “น้อยกว่า”)
การประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณที่ง่าย (A2)	การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับคำศัพท์ มโนทัศน์ และคุณสมบัติพื้นฐาน ในเลขคณิตและพีชคณิต เพื่อทำการคำนวณง่าย ๆ ทั้งการบวก ลบ คูณ หาร รวมทั้งการคำนวณที่ใช้การดำเนินการสองอย่างขึ้นไป (เช่น การบวกและลบที่มีผลลัพธ์ไม่เกิน 1,000)
การประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณที่ซับซ้อน (A3)	การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับคำศัพท์ มโนทัศน์ และคุณสมบัติพื้นฐาน ในเลขคณิตและพีชคณิต เพื่อทำการคำนวณที่ซับซ้อน ทั้งการบวก ลบ คูณ หาร รวมทั้งการคำนวณที่ใช้การดำเนินการสองอย่างขึ้นไป (เช่น การแก้โจทย์ปัญหาที่มีการคูณของเศษส่วนด้วยเลขจำนวนเต็ม)
การให้เหตุผลเชิงวิเคราะห์ (การอุปนัยและการนิรนัย การพิสูจน์และการให้เหตุผลเชิงตรรกะ การคิดเชิงวิเคราะห์ การแก้ปัญหา) (A4)	การแก้ปัญหาจากมุมมองที่ใช้คณิตศาสตร์น้อยกว่า แต่เป็นวิธีการแก้ปัญหาโดยการให้เหตุผลหรือทักษะการแก้ปัญหา ข้อสอบที่มีการให้เหตุผลหรือทักษะการแก้ปัญหาเรียกร้องให้นักเรียนใช้การคิดเชิงตรรกะเพื่อวิเคราะห์คำถามและได้คำตอบ มากกว่าการคำนวณ
การเดาหรือการแทนค่าจำนวนในสมการเพื่อให้ได้คำตอบ (A5)	การแก้ปัญหาโดยการเดาหรือการใช้จำนวนจากตัวเลือกเพื่อแทนค่าในสมการที่โจทย์กำหนด คุณลักษณะนี้ใช้ได้กับข้อสอบแบบเลือกตอบเท่านั้น
การอ่านโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน (A6)	การอ่านประโยคที่มีข้อความที่ยาวซึ่งหมายถึงจำนวนตัวอักษรในประโยคมากกว่า 148 ตัวอักษร (อิงรูปแบบการเขียนข้อสอบของข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์เกรด 4 ของ TIMSS ปี 2003 และ 2011)
การตอบข้อสอบโดยการเขียนข้อความในข้อสอบปลายเปิด (A7)	การสร้างหรือเขียนคำตอบในรูปแบบของคำหรือตัวเลขหรือส่วนผสมของคำและตัวเลข และ/หรือแสดงวิธีทำ โดยการตอบด้วยคำตอบที่เป็นคำหรือตัวเลขอย่างน้อย 2 คำขึ้นไปหรือแสดงวิธีการที่มีขั้นตอนตั้งแต่ 2 ขั้นตอนขึ้นไป
การใช้ความรู้จากสถานการณ์จริงในการตอบข้อสอบ (A8)	การประยุกต์ใช้ความรู้ในสถานการณ์โลกแห่งความจริงจากประสบการณ์ในชีวิตประจำวันประหนึ่งสามัญสำนึก เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง (เช่น การซื้อไข่ 1 ลัง ต้องซื้อเป็นลัง การแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนต้องรู้ว่าจะใช้จำนวนเต็มเป็นหน่วยการวัด ไม่ใช่เศษส่วน)

2. กระบวนการทางสถิติ ประกอบด้วย

การเลือกโมเดลที่เหมาะสม การประมาณค่า การแปลความหมายค่าพารามิเตอร์ และการตรวจสอบยืนยันเมทริกซ์ Q

2.1 การเลือกโมเดลที่เหมาะสม เนื่องจากการวิจัยมุ่งวิเคราะห์จุดอ่อนจุดแข็งของผู้เรียน เพื่อให้เกิดการนำสารสนเทศไปใช้ประโยชน์ในการจัดการเรียนรู้ โดยการจัดกลุ่มผู้เรียนตามแบบแผนคุณลักษณะ จึงเลือกโมเดล G-DINA (de la Torre, 2011) ในการวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งให้สารสนเทศตามที่ต้องการได้

2.2 การประมาณค่า ประกอบด้วยขั้นตอนย่อย ๆ ได้แก่ การลงรหัส (Attribute coding) และการวิเคราะห์ (Analysis) ดังนี้

2.2.1 การลงรหัสหลังจากที่ปรับปรุงกรอบการลงรหัสคุณลักษณะแล้ว ผู้ลงรหัสจำนวน 3 คน ได้ทำการลงรหัสข้อสอบอย่างอิสระ ในขณะที่มีความเห็นที่สอดคล้องกันสูงในการลงรหัสคุณลักษณะบางข้อ แต่คุณลักษณะบางข้อกลับมีความท้าทายอย่างมาก เช่น การคำนวณขั้นสูง และการให้เหตุผลเชิงวิเคราะห์ ทำให้ต้องมีการอภิปรายร่วมกันระหว่างผู้ลงรหัสเพื่อตัดสินใจในการลงรหัสคุณลักษณะเหล่านั้น ผลการลงรหัสเป็นดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 เมทริกซ์ Q

ข้อสอบข้อที่	คุณลักษณะ							
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
1	1	0	0	0	0	1	0	0
2	1	0	1	0	0	1	0	1
3	1	0	1	0	1	1	0	0
4	1	1	0	0	0	1	1	0
5	1	1	0	0	0	1	1	0
6	1	0	1	0	0	1	1	0
7	1	0	1	0	0	0	1	0
8	1	0	1	0	0	0	1	0
9	0	0	0	1	0	1	0	0
10	0	0	0	1	0	1	0	0
11	1	0	0	0	0	1	0	0

จากตารางที่ 3 คุณลักษณะ 8 ข้อ ถูกประเมินโดยข้อสอบ 11 ข้อ ซึ่งข้อสอบแต่ละข้อประกอบด้วยคุณลักษณะต่าง ๆ ที่แตกต่างกัน ตัวอย่างเช่น ข้อสอบข้อที่ 1 วัดความรอบรู้ในคุณลักษณะเดียวคือคุณลักษณะที่ 1 ในขณะที่ข้อสอบข้อที่ 3 ประเมินความรอบรู้ในคุณลักษณะ 4 ข้อ ได้แก่คุณลักษณะที่ 1, 3, 5 และ 6 นอกจากนี้คุณลักษณะที่ 1 ยังถูกประเมินด้วยข้อสอบส่วนมาก แต่คุณลักษณะที่ 5 และ 8 ถูกประเมินโดยข้อสอบเพียงข้อเดียว ตัวอย่างของการลงรหัสคุณลักษณะ ดังแผนภาพที่ 2

2. There will be 58 people at a breakfast and each person will eat 2 eggs. There are 12 eggs in each carton. How many cartons of eggs will be needed for the breakfast?

- A. 9
- B. 10
- C. 72
- D. 116

รหัส	เหตุผล
A1	ในการแก้ปัญหา นักเรียนต้องสร้างนิพจน์ $x = (58 \times 2)/12$
A3	นักเรียนต้องทำการหารด้วย 12 ซึ่งไม่ใช่การหารด้วยเลข 10 และเป็นการหารที่เหลือเศษ
A8	นักเรียนต้องเข้าใจว่า โดยทั่วไปในการซื้อไข่ต้องซื้อทั้งแผงแม้ว่าต้องการไข่ไม่กี่ฟอง

แผนภาพที่ 2 ตัวอย่างข้อสอบและการลงรหัส

2.2.2 การวิเคราะห์ใช้โมเดล G-DINA (de la Torre, 2011) สูตรของโมเดล G-DINA อธิบายความเป็นไปได้ในการตอบถูกของผู้สอบที่มีแบบแผนคุณลักษณะ α_{ij}^* เป็นฟังก์ชันของอิทธิพลหลัก และอิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดระหว่างคุณลักษณะที่จำเป็น K_j^* สำหรับข้อสอบ j เป็นดังต่อไปนี้

$$P(\alpha_{ij}^*) = \delta_{j0} + \sum_{k=1}^{K_j^*} \delta_{jk} \alpha_{lk} + = \sum_{k'=k+1}^{K_j^*} \sum_{k=1}^{K_j^*-1} \delta_{jkk'} \alpha_{lk} \alpha_{lk'} \dots + \delta_{j12 \dots K_j^*} \prod_{k=1}^{K_j^*} \alpha_{lk},$$

โดยที่ δ_{j0} เป็นอินเทอร์เซปต์ (Intercept) ของข้อสอบ j ที่แสดงความเป็นไปได้ในการตอบถูกในกรณีที่ไม่มีคุณลักษณะที่ต้องการเลย δ_{jk} เป็นอิทธิพลหลัก (Main effect) อันเนื่องมาจากคุณลักษณะ α_k แสดงความเปลี่ยนแปลงของความเป็นไปได้ในการตอบถูกเนื่องจากการรอบรู้คุณลักษณะนี้ $\delta_{jkk'}$ เป็นอิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ขั้นแรก (first-order Interaction effect) ระหว่างคุณลักษณะ α_k และ $\alpha_{k'}$ แสดงความเปลี่ยนแปลงของความเป็นไปได้ในการตอบถูกเนื่องจากการรอบรู้คุณลักษณะทั้งสองนี้ ที่เพิ่มขึ้นนอกเหนือจากอิทธิพลรวมของคุณลักษณะทั้งสอง และ $\delta_{j12 \dots K_j^*}$ เป็นอิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ขั้นสูงสุด (Highest order Interaction effect) อันเนื่องมาจาก $\alpha_1, \dots, \alpha_{K_j^*}$ แสดงความเปลี่ยนแปลงของความเป็นไปได้ในการตอบถูกเนื่องจากการรอบรู้คุณลักษณะที่จำเป็นทั้งหมด ที่เพิ่มขึ้นนอกเหนือจากอิทธิพลรวมของอิทธิพลหลักและปฏิสัมพันธ์ขั้นต่ำกว่า (De La Torre, 2011; Li, Hunter, & Lei, 2016).)

การวิเคราะห์ในครั้งนี้ใช้ OX console (Doornik, 2002) และได้รับการอนุเคราะห์โค้ดในการวิเคราะห์ข้อมูลจากศาสตราจารย์ Jimmy de la Torre ได้ประมาณค่าพารามิเตอร์โดยใช้วิธีค่าคาดหวังสูงสุด (Expectation Maximization algorithm: EM) (de la Torre, 2011) ผลของการวิเคราะห์ให้ค่าความสอดคล้องระดับข้อสอบและระดับแบบทดสอบ (Item-and test-level fit statistics) ค่าพารามิเตอร์และความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการประมาณค่าพารามิเตอร์ บนฐานของฟังก์ชันเชื่อมโยงแบบเอกลักษณ์ (Identity link function) การแจกแจงภายหลังของค่าพารามิเตอร์ (Posterior distribution of the attributes) และการจัดกลุ่มคุณลักษณะของผู้สอบ (Examinee attribute classification) จากโค้ดตั้งต้นผู้วิจัยได้ปรับโค้ดในส่วนจำนวนผู้สอบ ($N=89$), test length (11) จำนวนคุณลักษณะ (8) ชื่อไฟล์ของเมทริกซ์ Q (Q-matrix_CDM_8.txt) และชื่อไฟล์คะแนนดิบ (posttest.txt)

2.3 การแปลความหมายข้อมูลการแปลความหมายหลักๆ ของโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญานั้นประกอบด้วย การพิจารณาความสอดคล้องของโมเดลกับข้อมูล โดยพิจารณาค่าสถิติความสอดคล้องของข้อสอบซึ่งเป็นค่าสถิติความสอดคล้องสัมบูรณ์ ซึ่งผลการวิเคราะห์มีค่าเฉลี่ยความผิดพลาดสัมบูรณ์ (Mean Absolute Deviation, MAD) มีค่า 0.0068 สำหรับสัดส่วนของการตอบถูก (Proportion of correct) มีค่า 0.0140 สำหรับค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เป็นคะแนนฟิชเชอร์รี (Fisher's Z-transformation) และมีค่า 0.0410 สำหรับอัตราส่วนออด (Log-Odds ratio) ซึ่งค่าสถิติทั้งหมดมีค่าน้อยแสดง

ว่าโมเดลสอดคล้องกับข้อมูลและที่สำคัญคือการพิจารณาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน จากความรอบรู้ในคุณลักษณะของผู้สอบที่แสดงร้อยละของผู้สอบที่มีความรอบรู้แต่ละคุณลักษณะค่าร้อยละที่สูงแสดงว่าในภาพรวมของผู้สอบทั้งหมดมีความรอบรู้ในคุณลักษณะนั้นสูงรวมทั้งการแปลความหมายการจัดกลุ่มคุณลักษณะของผู้สอบแสดงการจำแนกผู้สอบรายบุคคลตามแบบแผนคุณลักษณะที่มี

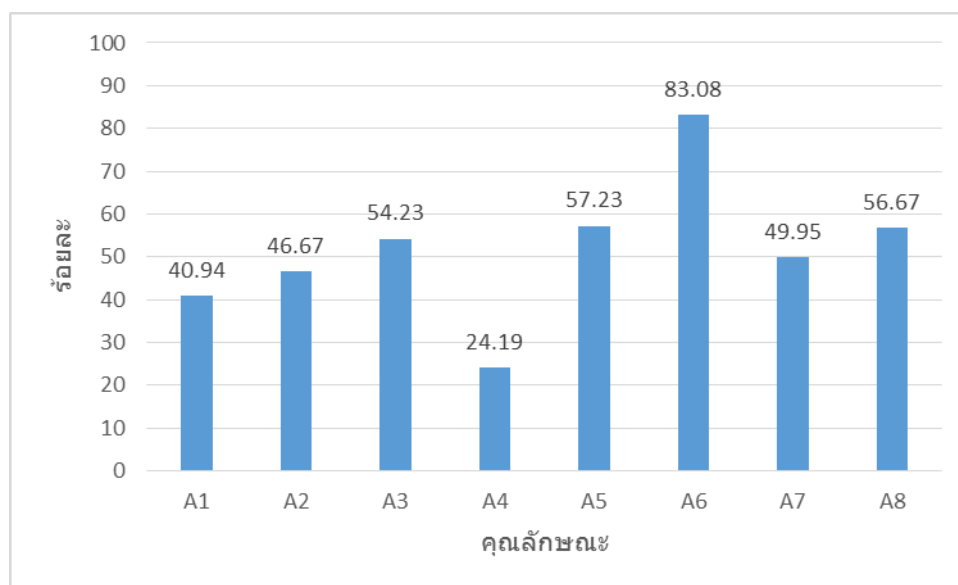
2.4 การตรวจสอบยืนยันเมทริกซ์ Q เนื่องจากการวิจัยนี้มุ่งให้ได้สารสนเทศคุณลักษณะของผู้เรียนมากกว่าการตรวจสอบยืนยันทฤษฎี จึงไม่นำเสนอผลการวิเคราะห์ในส่วนนี้

สรุปผลการวิจัย

1. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

1.1 ความรอบรู้ในคุณลักษณะของผู้สอบ

จากแผนภาพที่ 3 ผู้สอบร้อยละ 83.08 ของผู้สอบทั้งหมดรอบรู้คุณลักษณะที่ 6 (การอ่านโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน) ซึ่งเป็นสัดส่วนที่สูงสุด รองลงมาคือคุณลักษณะที่ 5 (การเดาหรือการแทนค่าจำนวนในสมการเพื่อให้ได้คำตอบ) และคุณลักษณะที่ 8 (การใช้ความรู้จากสถานการณ์จริงในการตอบข้อสอบ) ซึ่งมีสัดส่วนใกล้เคียงกันที่ประมาณร้อยละ 57 ในขณะที่มีผู้เข้าสอบเพียงร้อยละ 24.19 ที่มีคุณลักษณะที่ 4 การให้เหตุผลเชิงวิเคราะห์ ซึ่งเป็นสัดส่วนต่ำสุด



แผนภาพที่ 3 ค่าประมาณของการมีคุณลักษณะ

1.2 การจัดกลุ่มความสามารถของผู้สอบ

ความเป็นไปได้ในการทำข้อสอบได้ถูกต้องของผู้สอบที่มีคุณลักษณะต่าง ๆ ที่จำเป็นในแต่ละข้อนั้นพบว่า สำหรับข้อสอบข้อที่ 1 หากผู้สอบมีคุณลักษณะที่จำเป็น 2 คุณลักษณะ ได้แก่ การแปลงคำหรือข้อความเป็นสมการหรือนิพจน์พีชคณิตและการเดาหรือการแทนค่าจำนวนในสมการเพื่อให้ได้คำตอบ ทำให้ผู้สอบมีโอกาสที่จะตอบข้อสอบข้อนี้ถูกต้องร้อยละ 87 ข้อสอบข้อที่ 2, 3, 5 และ 6 ต้องการการมีคุณลักษณะที่จำเป็นครบทุกคุณลักษณะจึงจะตอบข้อสอบเหล่านี้ได้ถูก แม้ว่าข้อสอบแต่ละข้อต้องการคุณลักษณะที่แตกต่างกัน แต่หากผู้สอบมีคุณลักษณะที่จำเป็น 2 คุณลักษณะ (การแปลงคำหรือข้อความเป็นสมการหรือนิพจน์พีชคณิตและการประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณที่ซับซ้อน) ก็มีโอกาสนในการตอบข้อสอบข้อที่ 2 ถูกได้ร้อยละ 99.95 หากผู้สอบมีคุณลักษณะที่ 1 คือ การแปลงคำหรือข้อความ

เป็นสมการหรือนิพจน์พีชคณิตก็มีโอกาสในการตอบข้อสอบข้อที่ 6 ได้ถึงร้อยละ 99.97 นอกจากนี้ยังพบประเด็นที่น่าสนใจสำหรับข้อสอบข้อที่ 4 ซึ่งแม้ผู้สอบมีคุณลักษณะที่จำเป็นครบทุกคุณลักษณะ แต่ความเป็นไปได้ในการตอบถูกก็ยังไม่สูง (ร้อยละ 67.93) ส่วนข้อสอบข้อที่ 7-10 มีรูปแบบเดียวกัน กล่าวคือ แม้ผู้สอบมีคุณลักษณะที่จำเป็นทั้งหมดมีความเป็นไปได้สูงสุดในการตอบถูก ข้อสอบข้อที่ 11 ก็น่าสนใจคือ แม้ผู้สอบมีคุณลักษณะที่จำเป็น 2 คุณลักษณะได้แก่ การแปลงค่าหรือข้อความเป็นสมการหรือนิพจน์พีชคณิตและการหาหรือการแทนค่าจำนวนในสมการเพื่อให้ได้คำตอบโอกาสในการตอบถูกก็น้อยเพียงร้อยละ 7.07 ซึ่งจำเป็นต้องศึกษาในเชิงลึกต่อไป

สำหรับแบบแผนคุณลักษณะจากการวิเคราะห์ทั้งหมด 31 แบบแผน มีจำนวนผู้สอบในแต่ละแบบแผนตั้งแต่ 1 คนถึง 19 คน ตารางที่ 4 นำเสนอเฉพาะแบบแผนคุณลักษณะของผู้สอบที่มีจำนวนผู้สอบสูงสุด 9 แบบแผนโดยพบว่าแบบแผนที่แสดงความรอบรู้คุณลักษณะการประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณที่ง่ายการประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณที่ซับซ้อนและการอ่านโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน มีจำนวนผู้สอบที่มีคุณลักษณะตามแบบแผนนี้มากที่สุด คือ 19 คน คิดเป็นร้อยละ 21.35 ของผู้สอบทั้งหมดรองลงมาคือแบบแผนที่แสดงความรอบรู้คุณลักษณะ 5 จาก 8 ด้าน ได้แก่ด้านที่ 1, 2, 3, 5 และ 8 มีจำนวนผู้สอบ 12 คน (ร้อยละ 13.48) ส่วนแบบแผนที่แสดงความรอบรู้คุณลักษณะครบทั้ง 8 คุณลักษณะ มีจำนวนผู้สอบ 3 คน คิดเป็นร้อยละ 3.37

ตารางที่ 4 แบบแผนคุณลักษณะของผู้สอบที่มีความถี่สูงสุด 9 แบบแผน

แบบแผน คุณลักษณะ	คำอธิบายแบบแผนคุณลักษณะ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
01100100	มีคุณลักษณะด้านการประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณที่ง่ายการประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณที่ซับซ้อนและการอ่านโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน	19	21.35
11101001	มีคุณลักษณะด้านการแปลงค่าหรือข้อความเป็นสมการหรือนิพจน์พีชคณิตการประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณที่ง่ายการประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณที่ซับซ้อนการหาหรือการแทนค่าจำนวนในสมการเพื่อให้ได้คำตอบและการใช้ความรู้จากสถานการณ์จริงในการตอบข้อสอบ	12	13.48
11100100	มีคุณลักษณะด้านการแปลงค่าหรือข้อความเป็นสมการหรือนิพจน์พีชคณิตการประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณที่ง่ายการประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณที่ซับซ้อน และการอ่านโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน	8	8.99
01100101	มีคุณลักษณะด้านการประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณที่ง่ายการประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณที่ซับซ้อนการอ่านโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน และการใช้ความรู้จากสถานการณ์จริงในการตอบข้อสอบ	5	5.62
11101000	มีคุณลักษณะด้านการแปลงค่าหรือข้อความเป็นสมการหรือนิพจน์พีชคณิตการประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณที่ง่ายการประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณที่ซับซ้อน และ	4	4.49

แบบแผน คุณลักษณะ	คำอธิบายแบบแผนคุณลักษณะ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
	การเดาหรือการแทนค่าจำนวนในสมการเพื่อให้ได้คำตอบ		
01100000	มีคุณลักษณะด้านการประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตใน การคำนวณที่ง่ายและการประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตใน การคำนวณที่ซับซ้อน	4	4.49
11111111	มีคุณลักษณะครบทุกคุณลักษณะ	3	3.37
11100001	มีคุณลักษณะด้านการแปลงค่าหรือข้อความในสมการหรือนิพจน์พีชคณิตการ ประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณที่ง่าย การประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณที่ซับซ้อน และ ใช้ประสบการณ์จริง	3	3.37
11010100	มีคุณลักษณะด้านการแปลงค่าหรือข้อความในสมการหรือนิพจน์พีชคณิตการ ประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณที่ง่ายการให้เหตุผล เชิงวิเคราะห์ และการอ่านโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน	3	3.37

2. แนวทางในการนำผลการประเมินไปใช้ในการจัดการเรียนรู้

แนวทางในการนำผลการวิเคราะห์ข้อมูลไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ มีดังนี้

- 1) จัดกลุ่มผู้เรียนตามแบบแผนคุณลักษณะ จากการวิเคราะห์ทำให้เห็นว่า ผู้เรียนแต่ละคนมีแบบแผน
คุณลักษณะต่าง ๆ หลากหลาย ครูสามารถจัดกลุ่มผู้เรียนตามแบบแผนคุณลักษณะเหล่านั้นได้ ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 การจัดกลุ่มผู้เรียนตามแบบแผนคุณลักษณะและแนวทางการพัฒนา

การจัดกลุ่ม ผู้เรียน	คำอธิบายกลุ่มผู้เรียน	ตัวอย่าง แบบแผน คุณลักษณะ	จำนวน ในกลุ่ม (คน)	แนวทางการพัฒนา
กลุ่มที่รอบรู้ทุก คุณลักษณะ	มีคุณลักษณะครบทั้ง 8 คุณลักษณะ	11111111	3	ให้งานเสริมที่ท้าทายมากขึ้น
กลุ่มที่ยังไม่รอบ รู้คุณลักษณะ ด้าน กระบวนการ อย่างใดอย่าง หนึ่งหรือ มากกว่า	มีคุณลักษณะการแปลงค่าหรือ ข้อความในสมการหรือนิพจน์ พีชคณิตรอบรู้คุณลักษณะที่ เกี่ยวข้องกับลักษณะของข้อสอบ แต่ยังขาดการประยุกต์ใช้ความรู้ ด้านเลขคณิตและพีชคณิตใน การคำนวณการให้เหตุผลเชิง วิเคราะห์ หรือการเดาหรือ การแทนค่าจำนวนในสมการ เพื่อให้ได้คำตอบ	11000111, 11000111	10	เพิ่มกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้ ผู้เรียนได้ฝึกการประยุกต์ใช้ ความรู้ด้านเลขคณิตและ พีชคณิตในการคำนวณ การให้ เหตุผลเชิงวิเคราะห์ หรือการเดา หรือการแทนค่าจำนวนในสมการ เพื่อให้ได้คำตอบ

การจัดกลุ่มผู้เรียน	คำอธิบายกลุ่มผู้เรียน	ตัวอย่างแบบแผนคุณลักษณะ	จำนวนในกลุ่ม (คน)	แนวทางการพัฒนา
กลุ่มที่ยังไม่รอบรู้ทั้งทักษะด้านกระบวนการและด้านลักษณะของข้อสอบ	กลุ่มที่มีคุณลักษณะการแปลงคำหรือข้อความ เป็นสมการหรือนิพจน์พีชคณิต และการประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณแล้วแต่ยังขาดคุณลักษณะด้านอื่น	11101001, 11100100,	30	เน้นกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนพัฒนาการทำความเข้าใจและฝึกทักษะที่เกี่ยวข้องกับลักษณะข้อสอบ
	กลุ่มที่มีคุณลักษณะการแปลงคำหรือข้อความ เป็นสมการหรือนิพจน์พีชคณิต และการประยุกต์ใช้ความรู้ด้านเลขคณิตและพีชคณิตในการคำนวณบ้าง แต่ยังขาดคุณลักษณะด้านอื่น	11010100, 11010101	8	เน้นกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนได้เน้นการพัฒนาทักษะการคำนวณและการทำความเข้าใจด้านลักษณะข้อสอบ
	กลุ่มที่ขาดคุณลักษณะการแปลงคำหรือข้อความ เป็นสมการหรือนิพจน์พีชคณิต แต่มีคุณลักษณะด้านอื่นบ้าง	01100100, 01100101,	38	เน้นกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนได้พัฒนาการแปลงคำหรือข้อความ เป็นสมการหรือนิพจน์พีชคณิตได้ โดยเน้นการทำความเข้าใจโจทย์ การแปลงโจทย์ไปสู่สมการ และการทำความเข้าใจด้านลักษณะข้อสอบ

2) กำหนดเป้าหมายและแนวทางการพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ละกลุ่มและคนให้สอดคล้องกับความต้องการของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม (Differentiated instruction) โดยต้องเข้าใจแนวคิดพื้นฐานว่า ผู้เรียนควรมีคุณลักษณะครบทั้ง 8 ประการจึงจะสามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ เป็นเป้าหมายการเรียนรู้ปลายทาง โดยใช้ข้อมูลผลการวินิจฉัยเป็นข้อมูลพื้นฐาน (Baseline data) ในการจัดการเรียนรู้และดำเนินการตามแนวทางการพัฒนาเพื่อเติมเต็มจุดอ่อนและส่งเสริมจุดแข็งของผู้เรียน

3) แจ้งข้อมูลผลการประเมินให้กับผู้เรียนได้รับทราบ พร้อมทั้งข้อมูลป้อนกลับจากผลการประเมินวินิจฉัย (Diagnostic feedback) และแนวทางการปรับปรุงพัฒนาแก่ผู้เรียนรายบุคคล ซึ่งสามารถทำได้ทั้งรายบุคคลและรายกลุ่ม ในบางกรณีอาจให้ข้อมูลป้อนกลับจากผลการประเมินวินิจัยต่อผู้มีส่วนเกี่ยวข้อง เช่น ผู้ปกครอง เพื่อให้เข้ามามีส่วนร่วมในการปรับปรุงพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน เพื่อเพิ่มโอกาสในการเรียนรู้ของผู้เรียนให้มากที่สุด

4) กระตุ้นให้ผู้เรียนพิจารณาสารสนเทศการประเมิน กำหนดเป้าหมายการเรียนรู้ที่เหมาะสมสอดคล้องกับความเป็นจริงและกำกับการเรียนรู้ของตนเอง โดยใช้ข้อมูลที่ได้ประเมินตนเองอย่างต่อเนื่อง

5) ติดตามการเรียนรู้และพัฒนาการของผู้เรียน โดยยึดคุณลักษณะทั้ง 8 ประการเป็นหลัก ตามเป้าหมายการเรียนรู้ของผู้เรียนรายบุคคล

อภิปรายผล

1. ข้อค้นพบที่ได้พบว่านักเรียนมีทักษะการอ่าน โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนมากที่สุด ซึ่งเป็นทักษะที่เกี่ยวข้องกับลักษณะข้อสอบ สอดคล้องกับผลการวิจัยของอภิขญา ลือชัย (2555) ที่วิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหา โจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 และพบว่านักเรียนใช้ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ ได้มากที่สุด ซึ่งขั้นตอนนี้นักเรียนต้องใช้ความรู้ทางภาษา และทักษะการอ่านข้อความด้วย ข้อค้นพบนี้ถือว่า สมเหตุสมผลเนื่องจากการนิยามคำว่าโจทย์ปัญหาที่ ซับซ้อน ที่อิงรูปแบบการเขียนข้อสอบของข้อสอบวิชา คณิตศาสตร์เกรด 4 ของTIMSS ปี 2003 และ 2011 ข้อดี คือเป็นการนิยามโดยอิงลักษณะข้อสอบที่มีการพัฒนา และใช้ทดสอบจริง และกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยเป็น นักเรียนเกรด 5 ถึง 7 ซึ่งโดยทั่วไปน่าจะมีทักษะการอ่าน ข้อสอบที่มีความซับซ้อนในระดับทั่วไปของเกรด 4 ได้แล้ว อย่างไรก็ตามนักเรียนสามารถอ่านและทำความเข้าใจ ข้อสอบที่มีข้อความที่มีความยาวในระดับหนึ่งได้ แต่เมื่อ มีความยาว 4 ประโยคขึ้นไปก็ส่งผลกระทบต่อ การแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน (Walkington, et al., 2015) ข้อค้นพบนี้สะท้อนว่าความเข้าใจทางภาษาที่เหมาะสม ถือว่าเป็นปัจจัยพื้นฐานในการส่งเสริมการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ (Pongsakdi, et al., 2016; Pongsakdi, et al., 2020; Troutman & Lichtenberg, 1974) และการ ประเมินการแก้โจทย์ปัญหาของผู้เรียนในการจัดการ เรียนรู้ยังต้องใช้เครื่องมือประเมินการเรียนรู้ที่ออกแบบมา ให้เหมาะสมกับพัฒนาการและระดับความสามารถด้าน การอ่านของผู้เรียน

นักเรียนมีทักษะการให้เหตุผลเชิงวิเคราะห์ใน การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่ำ ซึ่งอาจเป็นเพราะใน การจัดการเรียนรู้ของครูส่วนใหญ่ไม่ให้นักเรียนได้ฝึกคิด วิเคราะห์เพื่อหาแนวทางในการดำเนินการแก้ปัญหา (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555) ครูมักเน้นการคำนวณหาคำตอบมากกว่าการคิด เชิงวิเคราะห์ในการแก้โจทย์ปัญหา (จรัญ กองศรีกุลดิลก, 2546; Pongsakdi, et al., 2016) ซึ่งที่จริงแล้วการเรียนรู้

คณิตศาสตร์เน้นพัฒนาการให้เหตุผลของผู้เรียนเป็น สำคัญ ดังที่ยุพิน พิพิธกุล (2524) กล่าวว่า “คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่สร้างสรรค์จิตใจของมนุษย์ ซึ่งเกี่ยวข้องกับ ความคิด กระบวนการและเหตุผล คณิตศาสตร์ฝึกให้คน คิดอย่างมีระเบียบ...” (น. 1) หลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กำหนดให้ผู้เรียน เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หนึ่งในนั้น คือ การให้เหตุผล (Reasoning) ซึ่งความสามารถในการ คิดและให้เหตุผลเป็นพื้นฐานสำคัญในการพัฒนาการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ (จักรพันธ์ ขาญสมบุญญา เพียรสวรรค์ และวนิทร สุภาพ, 2559; Pongsakdi, et al., 2016) ข้อค้นพบจากการวิจัยนี้ชี้ให้เห็นว่าการ พัฒนาการให้เหตุผลเชิงวิเคราะห์ยังมีความจำเป็น อยู่มาก

สิ่งสำคัญที่พบอีกอย่างหนึ่งคือนักเรียนที่มี ทักษะการแปลงค่าหรือข้อความเป็นสมการหรือนิพจน์ พีชคณิตยังมีค่อนข้างน้อย สอดคล้องกับงานวิจัยที่ผ่านมาที่พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความยากลำบากใน การเข้าใจและตีความคำสำคัญในโจทย์ปัญหา การระบุ ข้อมูลที่รู้แล้วและข้อมูลที่ต้องการ รวมทั้งการค้นหาว่า ข้อมูลส่วนใดจำเป็นต่อการแก้ปัญหา ความยากลำบาก เหล่านี้ทำให้การตีความผิดพลาดนำไปสู่การแก้โจทย์ ปัญหาได้ไม่ดีเท่าที่ควร (Permata, Kusmayadi, & Fitriana, 2018; Phonapichat, Wongwanich, & Sujiva, 2014)ซึ่งGagne (1979) ระบุว่าในกระบวนการแก้โจทย์ ปัญหา นักเรียนควรสามารถแปลรูปธรรมไปสู่นามธรรม และแปลนามธรรมไปสู่รูปธรรมการที่นักเรียนมีปัญหาใน การทำความเข้าใจปัญหา ทำให้มีความยากลำบากใน การแก้ ปัญหา (Sajadi, Amiripour, & Rostamy-Malkhalifeh, 2013) เห็นได้ชัดว่าการแปลงค่าหรือ ข้อความเป็นสมการหรือนิพจน์พีชคณิตซึ่งเป็นขั้นตอน แรก ๆ ของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสำคัญ อย่างมากและต้องอาศัยการรับรู้ข้อมูลและตีความปัญหา ได้อย่างถูกต้อง

ในเชิงการวิเคราะห์ข้อมูล CDM ตามกรอบแนวคิดเชิงบูรณาการในครั้งนี้มีข้อจำกัดบางประการ ประการแรกคือข้อสอบไม่ได้ถูกออกแบบมาเพื่อเป้าหมายของการวินิจฉัยโดยตรง จึงมีความไวน้อยต่อตัวแปรการแก้ไขปัญหา ตัวอย่างเช่น คุณลักษณะของการแก้ไขปัญหบบางประการ เช่น การใช้ภาพประกอบในการแก้ปัญหาไม่ได้ถูกใช้อย่างชัดเจนในการวิเคราะห์นี้ รวมทั้งคุณลักษณะบางด้านไม่ได้รับการประเมินโดยข้อสอบข้อใดเลยทำให้ต้องนำออกจากการวิเคราะห์ เช่น การประยุกต์ใช้กฎพีชคณิตที่ซับซ้อน ข้อเท็จจริงที่ว่าข้อสอบเหล่านี้ไม่ครอบคลุมขอบเขตเชิงทฤษฎีที่สมบูรณ์ของตัวแปรจำกัดการสรุปอ้างอิงของผลการวิเคราะห์ข้อมูลไปยังตัวแปรที่สนใจ และส่งผลสืบเนื่องในการจำกัดการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาของผู้สอบโดยการใช้ข้อสอบเหล่านี้

ประการที่สอง ความครอบคลุมของคุณลักษณะเป็นอีกข้อจำกัดหนึ่งของการวิเคราะห์นี้ โดยทั่วไปนักวิจัยให้น้ำหนักความสำคัญคุณลักษณะทุกข้อเท่าเทียมกัน แต่เนื่องจากการใช้ข้อสอบที่มีอยู่แล้วจากแหล่งอื่น ทำให้คุณลักษณะบางด้านถูกประเมินมากกว่าคุณลักษณะด้านอื่น เช่น คุณลักษณะที่ 1 และ 6 และคุณลักษณะบางด้านถูกประเมินโดยข้อสอบจำนวนน้อยหรือเพียงข้อเดียว เช่น คุณลักษณะข้อที่ 5 และ 8 เพื่อแก้ปัญหานี้ นักวิจัยจำเป็นต้องมุ่งสร้างข้อสอบขึ้นมาตามจุดมุ่งหมายของการประเมินบนฐานของนิยามตัวแปรและคุณลักษณะที่สนับสนุนโดยเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และเลือกและออกแบบข้อสอบอย่างถี่ถ้วนให้ครอบคลุมคุณลักษณะทุกข้อ ซึ่งจะทำการวิเคราะห์ข้อมูลสามารถใช้ในการวินิจฉัยคุณลักษณะทางพุทธิปัญญาอย่างเท่าเทียมมากขึ้น และครอบคลุมแบบแผนคุณลักษณะที่เป็นไปได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ประการสุดท้ายคือขนาดตัวอย่าง ขนาดตัวอย่างของข้อมูลนี้ค่อนข้างน้อย ($n=89$) เมื่อเทียบกับจำนวนคุณลักษณะ 8 คุณลักษณะในงานวิจัยนี้ ซึ่งเป็นข้อพึงระวังสำหรับผู้วิจัยในการแปลความหมายของผล

การวิเคราะห์ข้อมูล (de la Torre, 2011) ขนาดตัวอย่างที่ค่อนข้างน้อยอาจจำกัดอำนาจการวินิจฉัยของข้อสอบ กล่าวคือ อาจทำให้ความถูกต้องของการประมาณค่าพารามิเตอร์และการจำแนกลดน้อยลง (de la Torre, Hong, & Deng, 2010) อย่างไรก็ตามผลการศึกษที่ผ่านมาพบว่าผลการวิเคราะห์ด้วย G-DINA กับกลุ่มตัวอย่างที่น้อยในระดับ 100 หรือ 200 ออกมาดีพอ ๆ กับโมเดลอื่น (Rojas, de la Torre, & Olea, 2012)

2. แนวทางการนำผลการเรียนรู้ไปใช้สอดคล้องกับแนวคิดของนักวิชาการที่เสนอให้มีการใช้ข้อมูลจากการประเมินวินิจฉัยไปปรับปรุงพัฒนาการจัดการเรียนรู้ (Brookhart, 2001; Education Review Office, 2007) แนวทางที่เสนอนี้สอดคล้องกับวิถีปฏิบัติของครูที่มักมีการจัดกลุ่มผู้เรียนที่มีระดับความสามารถใกล้เคียงกัน การจัดกลุ่มผู้เรียนโดยใช้ข้อมูลจากการวิเคราะห์ด้วย CDM ช่วยให้การจัดกลุ่มทำได้เหมาะสมต่อการจัดการเรียนรู้ให้ตรงกับความต้องการของผู้เรียนมากขึ้น แนวทางที่สำคัญคือการสร้างการรับรู้และตระหนักให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน ให้เกิดความเป็นเจ้าของในการเรียนรู้และพัฒนาของตนเอง (Sun & Suzuki, 2013) นอกจากนี้ในการแจ้งผลการประเมินให้ผู้เรียนหรือผู้เกี่ยวข้องทราบ ควรระมัดระวังไม่ให้เป็นการตีตราผู้เรียน (Timperley, 2009)

อย่างไรก็ดีข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย CDM ยังต้องอาศัยความเข้าใจของครูเกี่ยวกับกระบวนการทางพุทธิปัญญา ซึ่งอาจต้องมีการพัฒนาครูให้มีความรู้ในด้านนี้มากขึ้น รวมทั้งข้อมูลจากการวิเคราะห์ยังเป็นข้อมูลที่มีลักษณะเชิงเทคนิค เช่น ข้อมูลความเป็นไปได้ในการรอบรู้ของนักเรียน ซึ่งอาจยากต่อการเข้าใจของครูจำเป็นต้องมีการแปลงข้อมูลอีกระดับหนึ่งและนำเสนอในรูปแบบรายงานคะแนน (Stevens, 2009; Sun & Suzuki, 2013) เพื่อให้ครูเข้าใจและนำข้อมูลไปใช้ได้สะดวกขึ้น

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

การวิจัยนี้ให้ข้อค้นพบที่สำคัญคือ การแก้ไขโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีคุณลักษณะที่อิงโมเดลการเรียนรู้จากทฤษฎีทางพุทธิปัญญา โดยการที่จะทำให้ผู้เรียนสามารถแก้ไขโจทย์ปัญหานั้นจำเป็นต้องมีคุณลักษณะครบทุกด้านครูสามารถนำกรอบคุณลักษณะในงานวิจัยนี้เป็นกรอบแนวทางหรือจุดเน้นในการออกแบบการจัดการเรียนรู้และพัฒนาการแก้ไขโจทย์ปัญหาของผู้เรียน จะทำให้การจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับกระบวนการทางพุทธิปัญญาของผู้เรียนมากขึ้น แม้ว่าผลการวิเคราะห์ข้อมูลจะได้จากการวิเคราะห์ข้อมูลของผู้เรียนในต่างประเทศ แต่ผลการวิจัยค่อนข้างสอดคล้องกับบริบทของการศึกษาคณิตศาสตร์ในประเทศไทย ซึ่งพบว่าความรอบรู้ของผู้เรียนในบางคุณลักษณะยังน้อย โดยเฉพาะคุณลักษณะด้านการให้เหตุผลเชิงวิเคราะห์และการแปลงค่าหรือข้อความเป็นสมการหรือนิพจน์พีชคณิตการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ไขโจทย์ปัญหาของผู้เรียน ควรเน้นการพัฒนาการให้เหตุผลเชิงวิเคราะห์และการแปลงค่าหรือข้อความเป็นสมการหรือ

นิพจน์พีชคณิตให้มากขึ้น การวิจัยนี้ยังเป็นตัวอย่งที่สำคัญในการใช้โมเดลการวิจัยทางพุทธิปัญญาในการวิเคราะห์วินิจฉัยการแก้ไขโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักวิจัยและนักวิชาการที่เกี่ยวข้องทั้งทางการศึกษาและจิตวิทยาสามารถใช้เป็นแนวทางในการวิเคราะห์กระบวนการทางพุทธิปัญญาด้านอื่น ๆ

ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

เนื่องจากการวิจัยนี้ผู้วิจัยไม่ได้สร้างข้อสอบขึ้นมาเพื่อประเมินการแก้ไขโจทย์ปัญหา แต่ใช้ข้อสอบที่มีอยู่แล้วจากแหล่งอื่น ซึ่งเป็นข้อจำกัดของการวิจัยการวิจัยต่อไปจึงควรออกแบบและพัฒนาข้อสอบที่ประเมินการแก้ไขโจทย์ปัญหาโดยเฉพาะเพื่อให้ข้อสอบมีอำนาจการวินิจฉัยได้ตรงตามที่ต้องการ ซึ่งจะทำให้การออกแบบข้อสอบเป็นไปตามกรอบคุณลักษณะที่ต้องการวัดได้อย่างครอบคลุมและให้น้ำหนักความสำคัญเท่าเทียมกันทุกคุณลักษณะ นอกจากนี้ควรมีการศึกษาและพัฒนารูปแบบการรายงานข้อมูลจากการประเมินวินิจฉัยที่เอื้อต่อการใช้ข้อมูลเพื่อปรับปรุงพัฒนาการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

บรรณานุกรม

- กนกกร พวงสมบัติสมประสงค์ เสนารัตน์ และ เบญจมาภรณ์ เสนารัตน์. (2562). การพัฒนาล้างข้อสอบสำหรับโปรแกรมทดสอบและวินิจฉัยทักษะการแก้ไขโจทย์ปัญหา. *วารสารบัณฑิตศึกษา*, 16(74), 27-39.
- กาญจนา การสมทรัพย์สุวรรณ จัยทองและอุษา คงทอง. (2561). การศึกษาการแก้ไขโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้รูปแบบชิปปาร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหของโพลยา. *วารสารวไลยอลงกรณ์ปริทัศน์ (มนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์)*, 8(2), 129-139.
- จักรพันธ์ ชาลสมรบุญญา เพียรสุวรรณ และวรินทร์ สุภาพ. (2559). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ที่เน้นการคิดวิเคราะห์และการให้เหตุผล เรื่อง บทประยุกต์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. *นเรศวรวิจัย ครั้งที่ 12: วิจัยและนวัตกรรมกับการพัฒนาประเทศ*, 971-981.
- พิศิษฐ์ ตันทวนิช. (2562). การศึกษาตัวประกอบในคำประจําข้อสอบของแบบสอบปลายภาครายวิชา “การวัดและประเมินผลการเรียนรู้” เมื่อวิเคราะห์ข้อสอบรายข้อโดยวิธีต่างกัน 4 วิธี. *วารสารครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสุรินทร์*, 1(1), 1-13.
- ยุพิน พิพิธกุล . (2524). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: บริษัท บพิธการพิมพ์ จำกัด.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: คิว มีเดีย.

อภิษฎา ลิ่อชัย. (2555). การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1.

วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา คณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Boonen, A.J. H., Reed, H. C., Schoonenboom, J., & Jolles, J. (2016). It's not a math lesson--We're learning to draw! Teachers' use of visual representations in instructing word problem solving in sixth grade of elementary school. *Frontline Learning Research*, 4(5) 55-82.

Brookhart, S. M. (2001). Successful students' formative and summative uses of assessment information.

Assessment in Education: Principles, Policy and Practice, 8(2), 153-169.

de la Torre, J. (2011). The generalized DINA model framework. *Psychometrika*, 76, 179-199.

de la Torre, J., Hong, Y., & Deng, W. (2010). Factors affecting the item parameter estimation and classification accuracy of the DINA model. *Journal of Educational Measurement*, 47, 227-249.

Education Review Office, (2007). *The collection and use of assessment information in schools*. Retrieved April 27, 2020 from <https://www.ero.govt.nz/assets/Uploads/AssessmentMarch9.pdf>

Effatpanah, F., Baghaei, P., & Boor, A. A. (2019). Diagnosing EFL learners' writing ability: A diagnostic classification modeling analysis. *Language Testing in Asia*, 9(12), 1-23.

<https://doi.org/10.1186/s40468-019-0090-y>

Gagne, R. M., & Briggs, L. J. (1979). *Principles of instructional design*. (2nd Ed.). New York: Holt, Rinehart and Winston.

Goulet-Lyle, M., Voyer, D., & Verschaffel, L. (2019). How does imposing a step-by-step solution method impact students' approach to mathematical word problem solving? *ZDM Mathematics Education* 52, 139–149.

<https://doi.org/10.1007/s11858-019-01098-w>

Ketterlin-Geller, L.R., & Yovanoff, P. (2009). Diagnostic assessments in mathematics to support instructional decision making. *Practical Assessment, Research Evaluation*, 14(16). Retrieved April 25, 2020 from <http://pareonline.net/getvn.asp?v=14&n=16>.

Li, H., Hunter, C. V., & Lei, P. W. (2016). The selection of cognitive diagnostic models for a reading comprehension test. *Language Testing*, 33(3) 391–409. DOI: 10.1177/0265532215590848.

Matteson, D. M. (2010). *Written response to math, enhancing math instruction*. Retrieved April 25, 2020 from https://docushare.everett.k12.wa.us/docushare/dsweb/Get/Rendition-316242/dma_math_response_journal_t-g.pdf

Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition*. 2nd ed. New York: Freeman.

Mayer, R. E. (2003). *Learning and instruction*. Upper Saddle River, NJ: Merrill.

Montague, M. (2006). *Math problem solving for middle school students with disabilities*. Research report of the Access Centre: Improving outcomes for All Students K-8. Retrieved April 25, 2020 from <http://165.139.150.129/intervention/Math%20Problem%20Solving%20for%20Middle%20School%20Students%20with%20Disabilities.pdf>

- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- The Organisation for Economic Co-operation and Development. (2010). A question of difficulty: Questions from PISA 2003, in *Learning mathematics for life: A Perspective from PISA*. OECD Publishing, Paris. DOI: <https://doi.org/10.1787/9789264075009-5-en>
- Österholm, M. (2006). A reading comprehension perspective on problem solving. In *Developing and researching quality in mathematics teaching and learning: proceedings of MADIF 5 : the 5th Swedish Mathematics Education Research Seminar*, Malmö, January 24-25, 2006. Linköping: (Skrifter från Svensk förening för matematikdidaktisk forskning). pp. 136--145. Retrieved April 25, 2020 from <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:22663/FULLTEXT01>.
- Permata, L. D., Kusmayadi, T. A., & Fitriana, L. (2018). Mathematical problem solving skills analysis about word problems of linear program using IDEAL problem solver. *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series* 1108(2018) 012025. doi :10.1088/1742-6596/1108/1/012025.
- Phonapichat, P., Wongwanich, S., & Sujiva, S. (2014). An analysis of elementary school students' difficulties in mathematical problem solving. *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 116, 3169–3174.
- Polya, G. (1957). *How to Solve It*. (2nd ed.). New Jersey: Princeton University Press.
- Pongsakdi, N., Laine, T., Veermans, K., Hannula-Sormunen, M. M., & Lehtinen, E. (2016). Improving word problem performance in elementary school students by enriching word problems used in mathematics teaching. *NOMAD, Nordic Studies in Mathematics Education*, 21(2). Retrieved June 10, 2020 from <https://www.researchgate.net/publication/291119012>
- Pongsakdi, N., Kajamies, A., Veermans, K., Lertola, K., Vauras, M., & Lehtinen, E. (2020). What makes mathematical word problem solving challenging? Exploring the roles of word problem characteristics, text comprehension, and arithmetic skills. *ZDM Mathematics Education* 52, 33–44. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01118-9>
- Rojas, G., de la Torre, J., & Olea, J. (2012, April). *Choosing between general and specific cognitive diagnosis models when the sample size is small*. Paper presented at the Annual Meeting of the National Council on Measurement in Education, Vancouver, British Columbia, Canada.
- Sajadi, M., Amiripour, P., & Rostamy-Malkhalifeh, M. (2013). The examining mathematical word problems solving ability under efficient representation aspect. *Mathematics Education Trends and Research*, 1-11. doi:10.5899/2013/metr-00007
- Shahsavari, Z., & Mustafa A. (Reviewing editor) (2019). Diagnosing English learners' writing skills: A cognitive diagnostic modeling study. *Cogent Education*, 6(1), 1608007. <https://doi.org/10.1080/2331186X.2019.1608007>

- Steve, J. (2009). Washington State diagnostic assessment guide. Retrieved April 27, 2020 from <https://www.shorelineschools.org/cms/lib/WA02217114/Centricity/Domain/81/washington%20state%20diagnostic%20assessment%20guide%208-30-08.pdf>
- Sun, Y., & Suzuki, M. (2013). Diagnostic assessment for improving teaching practice. *International Journal of Information and Education Technology*, 3(6), 607-613.
- Tarim, K., & Öktem, S. P. (2014). Mathematical word-problems that require realistic answer. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43(2), 19-38.
- Thummaphan, P. (2017). *Innovative assessments that support students' STEM learning*. Doctoral dissertation in Education, University of Washington, Seattle.
- Thummaphan, P., Li, M., & de la Torre, J. (2016). Models for cognitive diagnostic modeling. ใน วิชุดา กิจธรรม (บรรณาธิการ). *รวมบทความวิจัยวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเพื่อการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์ในชุมชนและโรงเรียน*. กรุงเทพฯ: สถาบันวิจัยพฤติกรรมศาสตร์
- Timperley, H. S. (2009). Using assessment data for improving teaching practice. *Assessment and Student Learning: Collecting, interpreting and using data to inform teaching Research Conference 2009*, 21-25. Retrieved April 27, 2020 from https://research.acer.edu.au/cgi/viewcontent.cgi?article=1036&context=research_conference
- Troutman, A., & Lichtenberg, B. P. (1974). Problem solving in the general mathematics classroom. *The Mathematics Teacher*, 68(November, 1974), 581-594.
- Walkington, C., Clinton, V., Ritter, S. N., Nathan, M. J. (2015). How readability and topic incidence relate to performance on mathematics story problems in computer-based curricula. *Journal of Educational Psychology*, 107(4), 1051–1074. <https://doi.org/10.1037/edu0000036>.